

ANÁLISE DAS FUNÇÕES WEIBULL, NORMAL E SB JOHNSON NA MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE *EUCALYPTUS urophylla* NA REGIÃO DE BRASÍLIA-DF

Fabírcia Conceição Menez Mota, Ing^a. Ftal¹, José Imaña Encinas, PhD²,
Reginaldo Sergio Pereira, Dr³

¹ Mestranda em Ciências Florestal, Brasil, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Florestal - fabriacmm@yahoo.com.br

² Professor Titular, Brasil, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Florestal, Brasil imana@unb.br

³ Professor Adjunto, Brasil, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Florestal, reginaldosp@unb.br

Resumo

A análise de classes diamétricas em florestas plantadas pode ser obtida com a utilização de modelos de produção implícito, pois estes modelos informam sobre a estrutura do povoamento, quando relacionados com funções de densidade de probabilidade (fdp). Este trabalho teve como objetivo testar as (fdp); Normal, Weibull e Sb Johnson na estimativa da distribuição diamétrica de um povoamento de *Eucalyptus urophylla*, localizado na região administrativa (RA) do Paranoá, Distrito Federal (DF). Foram coletados diâmetros a altura do peito (DAP) de 165 árvores. As funções, Normal e Sb Johnson foram ajustadas pelo Método dos Momentos. A função Weibull foi ajustada pelo Método dos Percentis. Adotou-se a fórmula de Sturges para calcular a amplitude das classes de diâmetro e a intensidade amostral foi baseada na precisão de 10% a um nível de 5% de significância. Aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar a aderência dos dados de DAP em cada função. A assimetria foi quantificada pelo Momento Centrado de Terceira Ordem e o grau de curtose medido pelo Momento Centrado de Quarta Ordem. Na função Sb de Johnson testou se percentuais de 5 a 95% do diâmetro mínimo em intervalo de 10% para o parâmetro de locação (ϵ), e o valor ótimo encontrado foi de 5% do diâmetro mínimo. Na função Weibull o parâmetro de forma (c) obteve valor de 2,74, o que representa uma curva de distribuição de diâmetros assimétrica à direita. De acordo com o teste de Kolmogorov-Sminorv as funções Weibull e Sb Johnson apresentaram aderência aos dados de DAP. A função Normal apresentou-se inapropriada na aderência dos dados em *Eucalyptus urophylla*, para as estimativas de indivíduos arbóreos por classes de diâmetro.

Palavras chaves: Funções de Densidade de Probabilidade, *Eucalyptus*, Distribuição Diamétrica

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais ferramentas dentro do manejo para analisar a produção é o estudo da estrutura da floresta. É possível descrever a estrutura de uma floresta plantada através de medições do crescimento em altura e diâmetro. Uma das finalidades destas medições é fornecer informações sobre a produção

presente e futura em povoamentos florestais, principalmente a volumétrica (IMANHA-ENCINAS *et. al.*, 2005). As medições do diâmetro são fundamentais, pois esta variável é utilizada para quantificar o volume, área basal, peso e sortimento, além de possibilitar a modelagem da estrutura das florestas plantadas.

Nos modelos implícitos de distribuição por classe de diâmetro a distribuição matemática, definida como função de densidade probabilística, pode estimar a probabilidade das árvores ocorrerem dentro de intervalos ou classes de diâmetro, desde que seja estimado um limite inferior e outro superior, ou seja, permite quantificar a projeção da produção florestal (SCOLFORO, 2006). Os modelos de produção implícitos que utilizam a distribuição diamétrica relacionada com alguma função de probabilidade (Weibull, Gamma, Beta, Normal entre outras) têm sido utilizados para descrever a distribuição de diâmetros em povoamentos florestais (SANTOS, 2008).

Há três tipos de modelos não espaciais por classe do povoamento, funções probabilísticas, matrizes de transição e processo de difusão, onde estes expressam o desenvolvimento do povoamento pela descrição da evolução das distribuições diamétricas SANQUETTA, (1996). Neste trabalho foi utilizado as funções probabilísticas. Através de modelos de distribuição por classe diamétrica é possível avaliar economicamente produtos especificados por classe de diâmetro, realizar o planejamento da demanda de madeira e do volume comercial (CAMPOS & LEITE, 2006). O Objetivo deste trabalho foi testar as funções de densidade de probabilidade, Sb Johnson, Weibull e Normal, na estimativa da distribuição diamétrica do *Eucalyptus urophylla*.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Descrição da área de estudo

Para atender este estudo foram utilizados dados de 165 árvores cubadas e respectivos DAP's e alturas, da espécie *Eucalyptus urophylla*, com idade de 08 anos, o povoamento está localizado na região do Distrito Federal (DF), inserida na região administrativa (RA) do Paranoá, coordenadas 15° 43'08.35" S e 47° 47'34.19" O.

O clima predominante, segundo a classificação de Köppen, é tropical de Savana, com duas estações bem definidas: a estação chuvosa de outubro a abril, representando 84% do total de pluviosidade anual, e a estação seca de maio a setembro. A temperatura média varia de 18° a 22° C, com mínimas variando entre 2° e máximas de 33°C. O solo é classificado como Latossolo Vermelho Amarelo associado com Latossolo Amarelo (FONSECA *et. al.*, 2010).

2.2 Análises de Dados

Foram utilizadas as seguintes funções de densidade:

a) Função Weibull (2 parâmetros, 2P)

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

em que:

a= parâmetro de locação

b= parâmetro de escala

c= parâmetro de forma

x = variável de interesse (centro de classe)
 . Na distribuição Weibull 2P, os parâmetros foram estimados pelo Método dos Percentis (SCOLFORO, 2006).

b) Função Normal

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

em que:

x = centro de classe (cm)

σ = desvio padrão

μ = média aritmética

e = indica constante 'e' de Euler (2,71828182845905)

π = constante 'pi' (3,141592653589794)

Os parâmetros da função Normal foram ajustados a partir do Método dos Momentos.

c) Função Sb-Johnson

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda}{(d-\varepsilon)(\lambda+\varepsilon-d)} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \left[\lambda + \delta \ln \left(\frac{d-\varepsilon}{\lambda+\varepsilon-d} \right) \right]} \right\}$$

sendo que:

ε = parâmetro de locação

λ = parâmetro de escala

δ e γ = definem a forma da distribuição

Os parâmetros da distribuição Sb de Johnson, pelo método de momentos:

2.3 Análise Estatística

2.3.1 Sturges

Foi utilizada a fórmula de Sturges para quantificar o número de classes de diâmetro e a amplitude das classes. O teste de Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para verificar a função mais precisa. Este compara a frequência acumulativa estimada com a frequência acumulada observada. O número de amostras do (DAP) foi determinado através da fórmula:

$$n = \frac{t^2 \cdot (cv\%)^2}{(LE\%)^2}$$

em que:

n = intensidade amostral.

t = valor t de Student, obtido em função do grau de liberdade.

cv = coeficiente de variação em porcentagem.

LE = limite de erro pré-estabelecido em porcentagem.

2.3.2 Assimetria e Curtose

Para avaliar o afastamento da simetria da distribuição diâmetrica do *Eucalyptus urophylla* foi considerado o momento centrado de terceira ordem,

dividindo-se o momento centrado da terceira ordem pelo desvio padrão elevado à terceira potência, tem-se o valor do coeficiente de assimetria.

A Curtose é outra maneira de quantificar o desvio da normalidade da distribuição (SANTANA & RANAL, 2004). A curtose verifica o grau de achatamento da curva, em relação a uma Curva Padrão, chamada de Curva Normal. O grau de achatamento considerado em relação à distribuição normal foi calculado pelo momento centrado de quarta ordem, dividindo-se o momento centrado da quarta ordem pelo desvio padrão elevado à quarta potência, tem-se o valor do coeficiente de curtose.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O valor do coeficiente de assimetria g_1 foi igual a -0,69, o resultado demonstra que a distribuição diamétrica do *Eucalyptus urophylla* é assimétrica negativa, ou seja a maior concentração de DAP está localizado no lado direito da distribuição. Para o valor do coeficiente de curtose, $g_2 > 3$, indica que a distribuição diamétrica do *Eucalyptus urophylla* é mais delgada que a normal e é denominada leptocúrtica.

De acordo com a intensidade amostral, o número ideal de amostras necessárias para um limite de erro de 10% e 95% de probabilidade foi de 54 DAP's. Os valores de DAP's que foram coletados de *Eucalyptus urophylla* tem total de 165, então pode inferir que os dados coletados são suficientes para estimar os parâmetros da população com precisão.

De acordo com a fórmula de Sturges, a amplitude de classes na distribuição diamétrica dos dados de DAP, foi de 3 cm. Porém optou-se trabalhar com a amplitude das classes para 2 cm, pois quanto menor a amplitude de classes, mais precisa é a análise da distribuição (SCOLFORO, 2006).

O critério utilizado para selecionar as funções que melhor aderem a distribuição diamétrica da espécie de *Eucalyptus urophylla* foi o teste de Kolmogorov-Smirnov, adotando 95% de probabilidade (Tabela 1). Este teste compara a frequência acumulativa estimada com a frequência acumulada observada. O valor de maior divergência das funções tem que ser não significativo, ou seja, tem que apresentar valor menor do que o valor tabelado, para a aderência à distribuição dos dados.

Tabela 1: Resultados obtidos pelo teste de Kolmogorov-Smirnov para *Eucalyptus urophylla*.

Equação	<i>Eucalyptus urophylla</i> Valor observado	Valor tabelado. 95 % 0,105097
Normal	0,141071248	
Weibull	0,056464718 ns	
Sb Johnson	0,048542868 ns	

ns- não significativo.

3.1 Função Sb Johnson

Na estimativa dos parâmetros da função Sb Johnson, ajustado pelo método dos momentos, testou-se percentuais de 5 a 95% do diâmetro mínimo para o valor de "ε", em intervalo de 10%. Abreu (2002), modelando a prognose do

volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*, ajustou a função Sb pelo método dos momentos e também encontrou para o parâmetro “ ϵ ” o valor ótimo de 5% do diâmetro.

Segundo Scolforo (2006), ao ajustar o parâmetro “ ϵ ” haverá um correspondente valor para δ e γ (Tabela 2), e quando o parâmetro de δ , aumenta, implica em grande aumento da forma, enquanto que o aumento do parâmetro γ , corresponde em mais assimetria. A (Tabela 2) mostra os valores dos parâmetros ajustados de acordo com o diâmetro mínimo. A diferença entre os valores de γ , pode ser explicada a partir da análise visual (Figura 1).

Tabela 2: Estimativa dos parâmetros da função Sb Johnson (ϵ , δ , γ) para o *Eucalyptus urophylla*, de acordo com uma série de valores do diâmetro mínimo em porcentagem.

Série de Valores	ϵ	γ	δ	Frequência a estimada	F(x) - S(x)	Valor tabelado a 95%
0,95*dmin	4,076	1,032	1,203	164,82	0,048543	0,105097
0,85*dmin	3,647	0,966	1,225	164,95	0,044318	
0,75*dmin	3,218	0,898	1,246	165,05	0,040118	
0,65*dmin	2,789	0,829	1,266	165,06	0,035605	
0,55*dmin	2,360	0,758	1,284	164,99	0,030756	
0,45*dmin	1,931	0,686	1,300	164,85	0,025646	
0,35*dmin	1,502	0,612	1,315	164,65	0,023158	
0,25*dmin	1,073	0,538	1,328	164,42	0,021547	
0,15*dmin	0,483	0,463	1,339	164,16	0,020993	
0,05*dmin	0,215	0,387	1,348	163,88	0,020758	

F(x) -S(x) – Ponto de maior divergência entre as distribuições acumulada e observada. Valor tabelado para 5 % de significância, teste de Kolmogorov-Sminorv. Dmin- diâmetro mínimo.

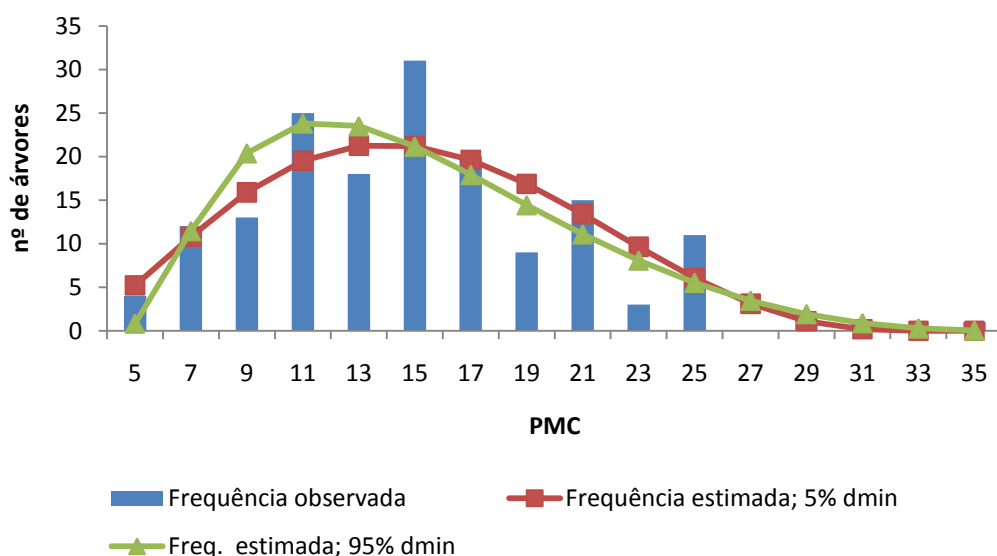


Figura 1. Frequência estimada de acordo com ajuste do parâmetro “ ϵ ” para valores de 5% e 95% do dmin - diâmetro mínimo.

A partir da análise visual (Figura 1), pode se concluir que, para os valores considerados no ajuste do parâmetro de locação, 5 e 95% do diâmetro mínimo, o diâmetro mínimo a 5%, ajusta melhor a curva de distribuição diamétrica para o *Eucalyptus urophylla*.

3.2 Função Weibull

De acordo com a (Tabela 1), a função Weibull apresenta aderência aos dados, ou seja, foi significativa. Podem-se citar alguns estudos que mostram a eficiência da função Weibull na modelagem da estrutura em floresta plantadas. Abreu (2002) utilizando dados precoces de *Eucalyptus grandis*, modelou os atributos da floresta e ajustou funções probabilísticas, Beta, Weibull e a Sb de Johnson por diferentes métodos e verificou que a função de distribuição Weibull ajustou melhor os dados de DAP.

Tratando-se dos parâmetros estimados da função Weibull, Santana (2008) citando Bailey & Dell (1973), observou que o parâmetro (a) de locação para esta função representa o menor limite da distribuição, o parâmetro de escala (b) representa a amplitude da curva e o parâmetro de forma (c) promove diferentes inclinações à curva.

A partir da observação visual (Figura 2), a curva sobreposta (frequência estimada), apresenta assimetria à direita e achatamento (curtose), com o aumento do diâmetro.

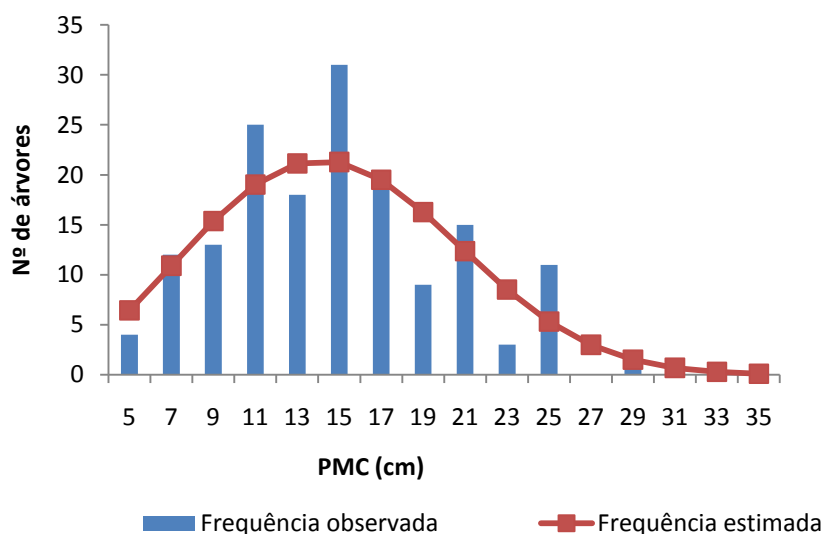


Figura 2: Distribuição observada e estimada, função Weibull, *Eucalyptus urophylla*.

De acordo com a (Tabela 3) o parâmetro (c) da função Weibull ajustada para os dados de DAP, para o *Eucalyptus urophylla*, obteve valor de 2,74, e como $2,74 < 3,6$ então se pode concluir que os dados estimados apresentaram uma inclinação positiva para a direita. Os parâmetros foram estimados a partir do Método dos Percentis, estes valores estão apresentados na (Tabela 3).

Tabela 3: Parâmetros estimados para a função Weibull 2P.

Coeficientes estimados	Valor
a	0
b	16,67
c	2,74

3.3 Função Normal

A distribuição normal é determinada por dois parâmetros: a média, μ e o desvio padrão, σ , TRIOLA (2005). A média dos dados de DAP do *Eucalyptus urophylla* apresentou valor de 15,10 cm e o desvio padrão assumiu o valor de 5,55. Este valor demonstra que os dados apresentam variabilidade, isto é, os dados não são iguais.

A função Normal apresentou-se inapropriada para as estimativas da probabilidade e a não aderência aos dados de DAP, pois, o valor de divergência apresentado, $0,141071 > 0,105097$ valor tabelado. Avaliando se a curva representada pela (Figura 3) nota-se a não aderência da função Normal aos dados de *Eucalyptus urophylla*, e uma tendenciosidade em superestimar o número de árvores nas classes superiores, apresentou assimetria a direita o que assume que a distribuição não apresenta as características de distribuição uniforme padrão

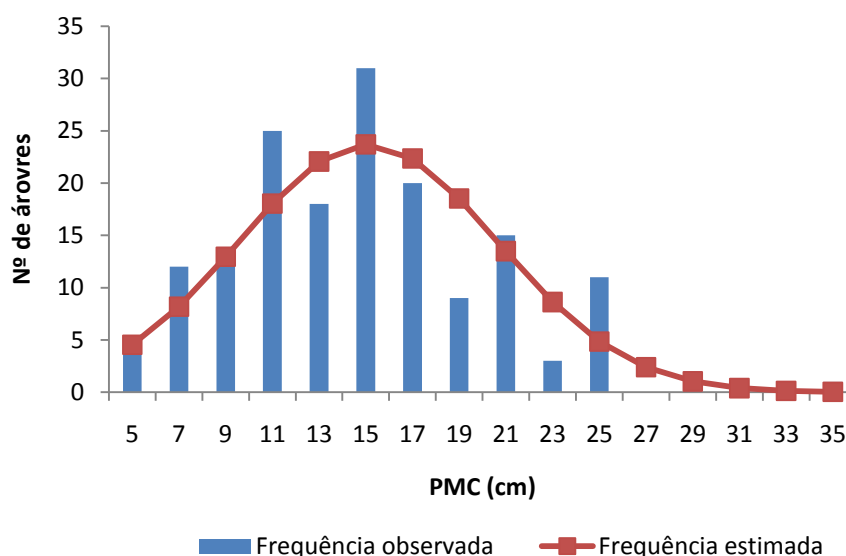


Figura 3: Distribuição observada e estimada, função Normal, *Eucalyptus urophylla*.

4. CONCLUSÃO

As funções Sb Johnson e Weibull ajustadas pelo método dos momentos e percentis, foram eficientes na aderência aos dados de *Eucalyptus urophylla*.

As funções que melhor ajustaram os dados do *Eucalyptus urophylla*, foram as funções Sb Johnson e Weibull ajustada pelo método dos momentos.

A função Normal apresentou-se inapropriada na aderência dos dados em *Eucalyptus urophylla* para as estimativas de indivíduos arbóreos por classes de diâmetro.

A curva da distribuição diâmetrica do *Eucalyptus urophylla* apresentou-se como unimodal, assimétrica negativa e leptocúrtica.

5. BIBLIOGRAFIA

ABREU, E. C. R. 2000. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. 69f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal), Universidade Federal de Lavras, Lavras.

ABREU, E.C. R; SCOLFORO, J. R.S; OLIVEIRA, A. D de; MELLO, J. M; JÚNIOR, H. K. 2002. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, n. 61, p. 86-102

BAILEY, R. L.; DELL, T.R. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull functions. **Forest Science**. Washington, v.19, n.2, p. 27-104, june.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. 2006. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**, 2 edição, Viçosa, p. 356.

ENCINAS-IMAÑA, J.; SILVA, G.F. da; PINTO, J.R.R. 2005. **Idade e crescimento das árvores**. Brasília: UnB, Departamento de Engenharia Florestal, (série Comunicações Técnicas Florestais), v.7, n.1 p. 31

FONSECA, F.O. (org.). 2001. **Olhares sobre o Lago Paranoá**. Brasília, Secretaria de Meio Ambiente e Recursos Hídricos. Brasília, Seduma, cap 03. Disponível em: <http://www.semarh.df.gov.br/semarh/site/lagoparanoa/framesetsCaps/framesetCa p03.htm> Acessado em 26 de outubro de 2010.

SANTANA, D, G; RANAL, M, A. 2004. **Análise de germinação – um enfoque estatístico**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, p. 51,70,71.

SANTOS, F. L. dos. 2008. Regulação da produção de floresta de eucalipto submetida a desbaste de destinada a multiprodutos. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais), Universidade Federal de Viçosa.

SANQUETTA,C, R. 1996. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. Curitiba. Série Didática. p. 2.

SCOLFORO, J. R. S. 2006. **Biometria Florestal: Modelos de crescimento e produção florestal**. UFLA/FAEPE. p 203, 233, 255.

TRIOLA, M. F. **Introdução a estatística**. 2005. 9ª edição. Editora LTC. P. 176.

!